correction exercices archi

1- $10110110_2 = 128 + 32 + 16 + 4 + 2 = 182$

$\quad 128 \quad 32 \quad 16 \quad 4 \quad 2$

$$\begin{array}{r|l} 3456 & 2 \\ \hline 14 & 1728 \\ 05 & \\ 16 & \\ \boxed{0} & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 1728 & 2 \\ \hline 12 & 864 \\ 08 & \\ \boxed{0} & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 864 & 2 \\ \hline 06 & 432 \\ 04 & \\ \boxed{0} & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 432 & 2 \\ \hline 03 & 216 \\ 12 & \\ \boxed{0} & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 216 & 2 \\ \hline 01 & 108 \\ 16 & \\ \boxed{0} & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 108 & 2 \\ \hline 08 & 54 \\ \boxed{0} & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ \hline 14 & 27 \\ \boxed{0} & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 27 & 2 \\ \hline 07 & 13 \\ \boxed{1} & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 13 & 2 \\ \hline \boxed{1} & 6 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ \hline \boxed{0} & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \hline \boxed{1} & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 1 & 2 \\ \hline \boxed{1} & 0 \end{array}$$

bit poids faible

$3456 = 110110000000_2$

Hexadécimal : on groupe les bits par 4

$1101.1000.0000_2 = D8\emptyset_{16}$ ($\emptyset$xD8$\emptyset$)

---

2. Codage sur <u>8</u> bits

$0 = 00000000$

$-1 = 11111111$

$+10 = 00001010$

$-10 = 11110110$

$+64 = 0100\ 0000$

$-64 = 1100\ 0000$

$+127 = 0111\ 1111$

$-127 = 10000001$

$+200$; <u>impossible</u> ($[-128, +127]$)

(voir poly. fin de III.3 "Calcul de l'opposé" et "Calcul de l'opposé (bis)")

3. signé

$$\begin{array}{r} -75 \\ + \quad -61 \\ \hline \cancel{+120} \end{array}$$

débordement

(car V=1, càd les opérandes sont négatifs et le résultat positif)

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 11} \quad \\ 1011\ 0101 \\ 1100\ 0011 \\ \hline 0111\ 1000 \end{array}$$

C=1

non signé

$$\begin{array}{r} 181 \\ + \quad 193 \\ \hline \cancel{120} \end{array}$$

débordement

(car C=1)

1.(?)

$$\cancel{A\bar{B}C} + A\bar{C}D + AC + \bar{D}$$

$$= A\bar{C}\cancel{D} + AC + \bar{D} \quad \text{(absorption du + spécifique dans AC)}$$

$$= A\bar{C} + AC + \bar{D} \quad \text{(absorption entre } A\bar{C}D \text{ et } \bar{D}\text{)}$$

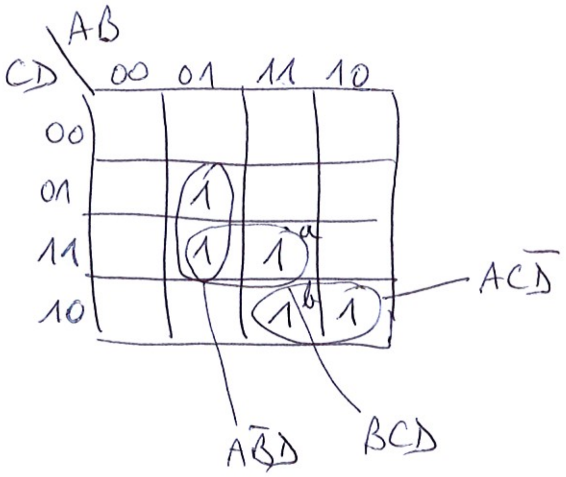
$$= A + \bar{D} \quad \text{(car } A\bar{C} + AC = A(C+\bar{C})\text{)}$$

---

4. hors programme

---

5. On construit une table de Karnaugh avec les groupes associés à chaque terme de l'expression



- glitch possible : a ⟷ b

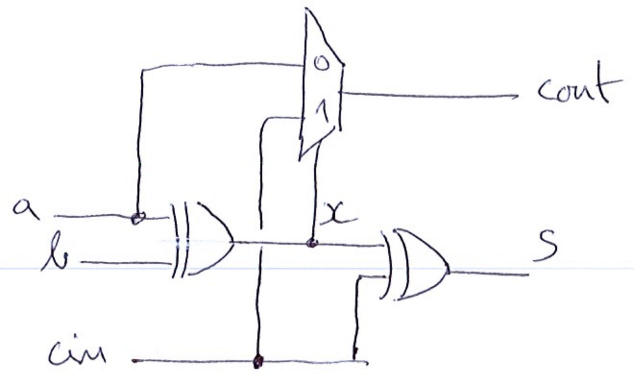
  càd lors du passage entre

  ABCD = 1111 et ABCD = 1110

- correction : il suffit de rajouter un groupe entre a et b, par exemple ABC

⟶ $S = A\bar{B}D + BCD + AC\bar{D} + ABC$ équivalente et sans glitch

6.



$s = (a \oplus b) \oplus cin = a \oplus b \oplus cin$ c'est donc la somme de a, b, cin

$cout = a.\bar{x} + cin.x$ avec $x = a \oplus b$.

Il faut prouver que cout est la retenue lors de l'addition de a, b, cin, c'est à dire la majorité $a.b + a.cin + b.cin$

On peut le prouver algébriquement

$cout = a.(\bar{a}.\bar{b} + ab) + cin(a\bar{b} + \bar{a}b)$

car $\overline{a \oplus b} = \bar{a}\bar{b} + ab$

$= ab + a\cancel{\bar{b}}\,cin + \bar{a}b.cin$

$= ab + a.cin + \cancel{\bar{a}}b.cin$

car absorption entre ab et $a\bar{b}cin$

$= ab + a.cin + b.cin$

car absorption entre ab et $\bar{a}b.cin$

ou avec une table de vérité

a	b	cin	x	$a\bar{x}$	$cin.x$	$a\bar{x}+cin.x$	$ab + a.cin + b.cin$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1

=

7. $a \oplus b = \bar{a}b + a\bar{b} = \overline{\overline{\bar{a}b + a\bar{b}}} = \overline{(\overline{\bar{a}b}) \cdot (\overline{a\bar{b}})}$

$= (\bar{a}b) \uparrow (a\bar{b}) = (\overline{\overline{\bar{a}.b}}) \uparrow (\overline{\overline{a\bar{b}}}) = (\overline{\bar{a} \uparrow b}) \uparrow (\overline{a \uparrow \bar{b}})$

$= (\uparrow((\uparrow a) \uparrow b)) \uparrow (\uparrow(a \uparrow (\uparrow b)))$

8.

	a b c d	x y z t
	0 0 0 0	
	0 0 0 1	
	0 0 1 0	
	0 0 1 1	→ idem
	0 1 0 0	
⋮	0 1 0 1	
6	0 1 1 0	
7	0 1 1 1	
−8	1 0 0 0	0 0 0 0 ← +8 n'existe pas...
−7	1 0 0 1	0 1 1 1
−6	1 0 1 0	0 1 1 0
⋮	1 0 1 1	0 1 0 1
	1 1 0 0	0 1 0 0
	1 1 0 1	0 0 1 1
−2	1 1 1 0	0 0 1 0
−1	1 1 1 1	0 0 0 1

On remarque que :

- $\boxed{x = 0}$
- $\boxed{t = d}$
- $z = \bar a c + a\cdot(c \oplus d) = \bar a c + a\bar c d + \cancel{a} c \bar d = \boxed{\bar a c + a \bar c d + c \bar d}$

ou table de Karnaugh

cd \ ab	00	01	11	10
00				
01			1	1
11	1	1		
10	1	1	1	1

Table de Karnaugh pour y

cd \ ab	00	01	11	10
00		1	1	
01		1		1
11		1		1
10		1		1

$$\boxed{y = \bar a b + b \bar c \bar d + a \bar b d + a \bar b c}$$